

СПЕКТРАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИНГУЛЯРНЫХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

Балаш Д. Л., Мицкевич Е. Д., Волков В. М.

*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,
e-mail: v.volkov@tut.by*

Рассмотрены возможности моделирования на основе спектральных методов с использованием различных базисных функций сингулярных решений нелинейного уравнения Шредингера в цилиндрической системе координат:

$$i \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial E}{\partial r} + |E|^2 E, \quad r \in [0, R], \quad (1)$$

$$E(r, 0) = E_0(r), \quad E(R, 0) = 0. \quad (2)$$

Как известно [1], решения задачи (1) носят сингулярный характер (возрастают до бесконечности на ограниченном отрезке по эволюционной переменной z), когда

величина $P = \int_0^R r |E_0|^2 dr$ превышает некоторое критическое значение. В качестве

базисных функций для построения спектральной матрицы дифференцирования мы использовали полиномы Чебышева, Эрмита и sinc – функции [2]. Для реализации спектральной модели использовался метод дробных шагов второго порядка точности по эволюционной переменной.

На основе численных экспериментов показано, что среди рассмотренных спектральных методов лучшие результаты обеспечиваются в том случае, когда узлы сетки адаптированы к характеру сингулярного решения, т.е. шаг сетки уменьшается при $r \rightarrow 0$. С этой точки зрения использование спектральных методов на основе полиномов Чебышева не является оптимальным и более точные результаты получаются, например, при использовании полиномов Эрмита.

В качестве показателя эффективности численного метода в данном случае можно рассматривать предельное разрешение пространственного масштаба решения при моделировании сингулярного режима на некотором фиксированном числе узлов сетке. Сравнение спектральных методов на основе полиномов Эрмита и Чебышева показывает, что в силу адаптивного характера сетки спектрального метода Эрмита он обеспечивает почти двукратное превосходство в пространственном разрешении особенности сингулярного решения по сравнению с методом Чебышева. Спектральные методы, использующие равномерные сетки узлов коллокации, занимают в отношении эффективности моделирования сингулярных режимов промежуточное положение, уступая методу на основе полиномов Эрмита и превосходя спектральный метод Чебышева.

Литература

1. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. – 1979..